

Spécialité mathématiques
Progression

Rémi Caneri

Chapitre I - Les suites

I. Raisononnement par récurrence

II. Limites d'une suite

1. Généralités
 - a. limite infinie
 - b. limite finie
 - c. Suites sans limite
2. Opérations sur les limites
3. limites et comparaison

III. Convergence d'une suite

IV. Algorithmes

V. Approfondissement

1. Suites adjacentes
2. Relation de récurrence d'ordre 2 à coefficients constants
3. Etude de la convergence de la méthode de Héron

Chapitre II - Limites de fonctions

I. Limite d'une fonction en $+\infty$ ou $-\infty$

1. Limite infinie
2. Limite finie
3. Limites de fonctions de référence

II. Limite d'une fonction en un nombre réel

1. Limite infinie
2. Limite finie
3. Limites de fonctions de référence

III. Opérations sur les limites

1. Limite d'une somme
2. Limite d'un produit
3. Limite d'un quotient

IV. Limites et comparaisons

V. Approfondissement

Chapitre III - Combinatoire et dénombrement

I. Ensemble fini

II. p -uplet

III. Arrangements et permutations

1. Factorielle d'un entier naturel
2. Arrangements d'éléments d'un ensemble
3. Permutations des éléments d'un ensemble
4. Combinaisons

IV. Algorithmes

1. Génération de la liste des coefficients binomiaux
2. Génération des permutations d'un ensemble fini
3. Génération des parties à 2 ou 3 éléments d'un ensemble fini

V. Approfondissement

Chapitre IV - Successions d'épreuves indépendantes

I. Généralités

1. Vocabulaire
2. Rappels sur les variables aléatoires
3. Épreuves de Bernoulli

II. Successions d'épreuves indépendantes

1. Généralités
2. Schéma de Bernoulli
3. Coefficients binomiaux
4. Loi binomiale
5. Méthode de détermination des valeurs de X pour atteindre un seuil lorsque X suit une loi binomiale

III. Algorithmes

1. La planche de Galton
2. Problème de surréservation

IV. Approfondissements

1. Loi géométrique
2. Loi de Poisson

Chapitre V - Continuité des fonctions d'une variable

I. Fonction continue

1. Généralités
2. Fonctions usuelles
3. Image d'une suite convergente par une fonction continue

II. Théorème des valeurs intermédiaires

1. Généralités
2. Cas des fonctions strictement monotones

III. Algorithmes

1. Méthode de dichotomie
2. Méthode de Newton
3. Méthode de la sécante

IV. Approfondissement

1. Démonstration par dichotomie du théorème des valeurs intermédiaires
2. Fonctions continues de \mathbb{R} dans \mathbb{R} telles que $f(x + y) = f(x) + f(y)$ pour tous réels x et y
3. Prolongement par continuité

Chapitre VI - Manipulation de vecteurs, droites et plans dans l'espace

I. Vecteurs de l'espace

II. Droites de l'espace

1. Vecteurs colinéaires dans l'espace
2. Caractérisation d'une droite de l'espace

III. Plan de l'espace

1. Caractérisation d'un plan de l'espace
2. Vecteurs coplanaires

IV. Positions relatives

1. Position relative de deux droites de l'espace
2. Position relative d'une droite et d'un plan
3. Position relative de deux plans

V. Base et repères de l'espace

1. Généralités
2. Représentation paramétrique d'une droite

VI. Approfondissement

1. Barycentre d'une famille d'un système pondéré de points
2. Fonction vectorielle de Leibniz

Chapitre VII - Complément sur la dérivation

I. Composée de deux fonctions

II. Convexité sur un intervalle

1. Généralité
2. Dérivée seconde
3. Point d'inflexion
4. Inégalités

III. Approfondissement

1. Dérivée n -ième d'une fonction
2. Inégalité arithmético-géométrique
3. Inégalité de Jensen

Chapitre VIII - Orthogonalité et distances dans l'espace

I. Produit scalaire

1. Généralités sur le produit scalaire
2. Orthogonalité
 - a. Généralités
 - b. Orthogonalité de deux droites
 - c. Orthogonalité d'une droite et d'un plan
 - d. vecteur normal à un plan
 - e. Projeté orthogonal

II. Base orthonormée - repère orthonormé

1. Généralités
2. Coordonnées
3. Équation cartésienne d'un plan

III. Approfondissement

1. Intersection de deux plans
2. Déterminer un vecteur orthogonal à deux vecteurs non colinéaires
3. Équation d'une sphère dont on connaît le centre et le rayon
4. Intersection d'une sphère et d'une droite
5. Intersection d'une sphère et d'un plan, plan tangent à une sphère en un point
6. Sphère circonscrite à un tétraèdre
7. Fonction scalaire de Leibniz

Chapitre IX - Fonction logarithme

I. Fonction logarithme népérien

1. Généralités
2. Dérivation et continuité
3. Limites en 0 et $+\infty$
4. Sens de variation
5. Courbe représentative

II. Propriétés algébriques du logarithme népérien

III. Croissances comparées

IV. Résolution d'équations et d'inéquations

V. Algorithme

VI. Approfondissements

1. Logarithme de base b avec $b \in \mathbb{R}$
2. Fonction $x \mapsto x^\alpha$ avec $\alpha \in \mathbb{R}$
3. Limite de $(1 + \frac{x}{n})^n$ avec $x \in \mathbb{R}$ et $n \in \mathbb{N}^*$

Chapitre X - Primitives

I. Primitive d'une fonction continue

1. Généralités
2. Primitives de fonctions de référence
3. Opérations sur les primitives
4. Primitives et composition de fonctions

Chapitre XI - Équations différentielles

I. Généralités

II. Résolution d'équation différentielle du type $y' = f$ ou f est une fonction

III. du type $y' = ay + b$ où a et b sont des réels avec $a \neq 0$

IV. du type $y' = ay + f$ où a est un réel et f une fonction

V. Algorithme

VI. Approfondissement

1. Résolution de l'équation différentielle $y' = y^2$
2. Résolution de l'équation différentielle $y'' + \omega^2 y = 0$

Chapitre XII - Calcul intégral

I. Intégrale d'une fonction continue et positive sur un intervalle

1. Unité d'aire
2. Aire sous la courbe représentative d'une fonction continue et positive sur un intervalle
3. Intégrale de a à b d'une fonction continue et positive sur un intervalle
4. Expression d'une primitive à l'aide d'une intégrale

II. Intégrale d'une fonction continue de signe quelconque sur un intervalle

1. Expression d'une primitive à l'aide d'une intégrale
2. Aires et intégrales
3. Valeur moyenne d'une fonction sur un intervalle
4. Intégration par parties

III. Algorithmes

1. Approximation d'une intégrale d'une fonction continue positive croissante par la méthode des rectangles
2. Estimation de l'aire sous la courbe par la méthode de Monté-Carlo
3. Quadrature de l'hyperbole par la méthode de Brouncker
4. Approximation de l'aire sous la courbe : méthode des trapèzes

IV. Approfondissement

1. Approximation d'une aire par l'utilisation de suites adjacentes
2. Encadrement de $H_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$ par des intégrales

Chapitre XIII - Fonctions sinus et cosinus

I. Fonctions trigonométriques sinus et cosinus

1. Rappels
2. Limites
3. Continuité
4. Signe de $\cos(x)$ et de $\sin(x)$
5. Dérivées
6. Variations
7. Courbes représentatives

II. Résolution d'équations et d'inéquations

III. Un Problème

IV. Approfondissement

1. La fonction tangente
2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$
3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x)-1}{x} = 0$
4. Fonctions réciproques des fonctions trigonométriques

Chapitre XIV - Sommes de variables aléatoires

I. Somme de deux variables aléatoires

1. Généralités
2. Linéarité de l'espérance
3. Succession d'épreuves indépendantes

II. Somme de n variables aléatoire réelles indépendantes identiques suivant la même loi

III. Retour sur la loi binomiale

IV. Approfondissement

1. Linéarité de l'espérance - cas général
2. Cas de deux variables aléatoires réelles indépendantes

Chapitre XV - Concentration - Loi des grands nombres

I. Inégalité de Bienaymé-Tchebichev

II. Inégalité de concentration

III. Loi des grands nombres

IV. Algorithmes

1. Loi binomiale et inégalité de Bienaymé-Tchebichev
2. Marche aléatoire

V. Approfondissements

1. Marche aléatoire